Autors: Ansis Zvirbulis, az12185
Darba vadītājs:prof., Dr. sc. comp. Andris Ambainis

LATVIJAS UNIVERSITĀTE

KVANTU VAICĀJUMU SAREŽĢĪTĪBA DINAMISKĀS PROGRAMMĒŠANAS PROBLĒMĀM

Ievads

Dinamiskā programmēšana ir viena no slavenākajām un spēcīgākajām algoritmu izstrādes paradigmām. Tā ir plaši pētīta no klasiskās skaitļošanas puses, bet ievērojami mazāk no kvantu. Tāpēc šajā darbā tika sākts pētīt vairākas izvēlētas un plaši pazīstamas dinamiskās programmēšanas problēmas caur kvantu vaicājumu modeli.
Konkrētāk - tika pētītas vairākas mazākā svara apakš-sekvences (LWS) problēmas.

Mazākā svara apakš-sekvence jeb LWS

Ir nepieciešams atrast $T[n]$, kur
$T[0] = 0,$
$T[j] = \min_{0 \le i < j} g(T[i]) + w_{i,j} \; \forall j = 1, 2, \ldots, n.$
Kur $w_{i,j} \in \{-W, \ldots, W\} \cup \{\infty\}$

Vispārīgā formulējuma dēļ LWS ietver ļoti plašu problēmu klāstu (gan monētu atlikumu problēmu, gan LIS un citas).

Monētu atlikumu problēma

Dotas monētas ar nominālvērtībām $d_1, d_2, \ldots, d_m$ un ar svariem $w_1, w_2, \ldots, w_m$, un mērķa vērtība n. Uzdevums ir ar dotajām monētām savākt kopējo nominālvērtību n un minimizēt kopējo monētu svaru. Monētas no katra veida var ņemt neierobežotu skaitu reižu.

Citas pētītās problēmas:

- Mugursomas problēma (unbounded knapsack)
- (min,+) konvolūcija
- Kastu kompaktēšana (Nested boxes)

Klasiskie rezultāti

- LWS var atrisināt pēc definīcijas $O(n^2)$
- Monētu atlikumi – vispopulārākais speciālgadījums, kur visi svari ir 1:
  - CC variantam ir $\tilde{O}(n)$ algoritms
  - oiCC variantam: $\tilde{O}(n^{4/3})$
- Problēmu sub-kvadrātiska ekvivalence: ja ir $O(n^{2-\varepsilon}), \varepsilon > 0$ algoritms problēmai A, tad ir arī $O(n^{2-\sigma}), \sigma > 0$ algoritms problēmai B un otrādāk.

Darba rezultāti

Tika izpētīti rezultāti , kas ir aktuāli uz darba rakstīšanas brīdi un kas saistīti ar šīm problēmām. Darba autors arī apguva daļu no nepieciešamās teorijas labāku novērtējumu izdarīšanai.

Šajā darbā arī tika atrasti 2 triviāli kvantu vaicājumu novērtējumi:

- Augšējais novērtējums LWS: $\mathrm{O}(\mathrm{n}^{3/2} \log \mathrm{n})$, ko iegūst klasisko minimuma meklēšanu aizvietojot ar kvantu minimumu.
- Apakšējais novērtējums kastu kompaktēšanas problēmai, izmantojot pretinieka jeb adversary teorēmu: $\Omega(\sqrt{nd})$.Kur n ir kastu skaits un d – dimensiju skaits.

Ir paredzēts turpināt strādāt pie minētajām problēmām un atrast labākus netriviālus apakšējos un augšējos novērtējumus.