Laika-atmiņas kompromisi eksponenciālā laika kvantu algoritmiem

LATVIJAS UNIVERSITĀTE

Darba autore: Dārta Rituma
Darba vadītājs: LU Doc.,Dr.dat. Jevgēnijs Vihrovs

Ievads

Darbā apskatīti laika-atmiņas kompromisi konkrētam uzdevumam - ceļa atrašana hiperkubā. Ceļa atrašanai hiperkubā ir dots grafs - hiperkubs ar iztrūkstošām šķautnēm - un nepieciešams noskaidrot, vai eksistē ceļš no virsotnes 0^n uz virsotni 1^n (hiperkuba virsotnes tiek kodētas ar binārām virknēm). Šis uzdevums ir interesants, jo tā algoritmu var pielietot, lai risinātu dažādus citus dinamiskās programmēšanas uzdevumus, kas saistīti ar virsotņu pārlasi. Labākais zināmais klasiskais algoritms šo uzdevumu risina laikā $O(n\, 2^n)$, bet izmantojot kvantu skaitļošanu ir atrasts algoritms, kas šo problēmu risina laikā $O^*(1.817^n)$[1]. Darbā apskata šo algoritmu un tā atmiņas-laika kompromisu, kā arī atmiņas-laika kompromisu, kuru var iegūt izmantojot algoritmu, kas izmanto *pairwise scheme* [2] un no tā iegūstama kvantu algoritma atmiņas-laika kompromisu.

Klasiski algoritmi

Darbā apskatīti divi algoritmi, kas klasiski atrod ceļu hiperkubā

- Labākais zināmais klasiskais algoritms. Tā laika sarežģītība ir $O^*(2^n)$, atmiņas sarežģītība ir $O^*(2^n)$.
- Algoritms, kas izmanto *pairwise scheme*. Šī algoritma sarežģītība ir atkarīga no parametra $0 \le k \le n/2$. Laika sarežģītība ir $O^*\left(\left(\frac{3}{2}\right)^k 2^n\right)$, atmiņas sarežģītība ir $O^*\left(\left(\frac{3}{4}\right)^k 2^n\right)$.

Kvantu algoritms un tā atmiņas-laika kompromiss

Darbā apskatīts algoritms [1], kura sarežģītība ir atkarīga no parametra k. Algoritma sarežģītība ir $O^*\left((2^c)^n\right)$, kur c ir minimālais risinājums vienādību sistēmai.

$$0 < \alpha_1 < \cdots < \alpha_k < \alpha_{k+1} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} c = H(\alpha_1) \\ 2c(2\alpha_k + 1) = 2 + H(2\alpha_k) \\ 2c(\alpha_{i+1} - 2\alpha_i + \alpha_{i-1}) = \alpha_i H\left(\dfrac{\alpha_{i-1}}{\alpha_i}\right), i \in [2; k] \end{cases}$$

Pie $k = 6$ šis algoritms sasniedz laika sarežģītību $O^*(1.816905^n)$, atmiņas sarežģītību $O^*(1.816905^n)$.

Šim algoritmam var izveidot laika-atmiņas kompromisu, kura laika sarežģītība ir $O^*\left(\max\left((2^c)^n, (2^s)^n\right)\right)$, atmiņas sarežģītība $O^*\left((2^c)^n\right)$, kur s tiek nofiksēts un c ir minimālais risinājums vienādību sistēmai

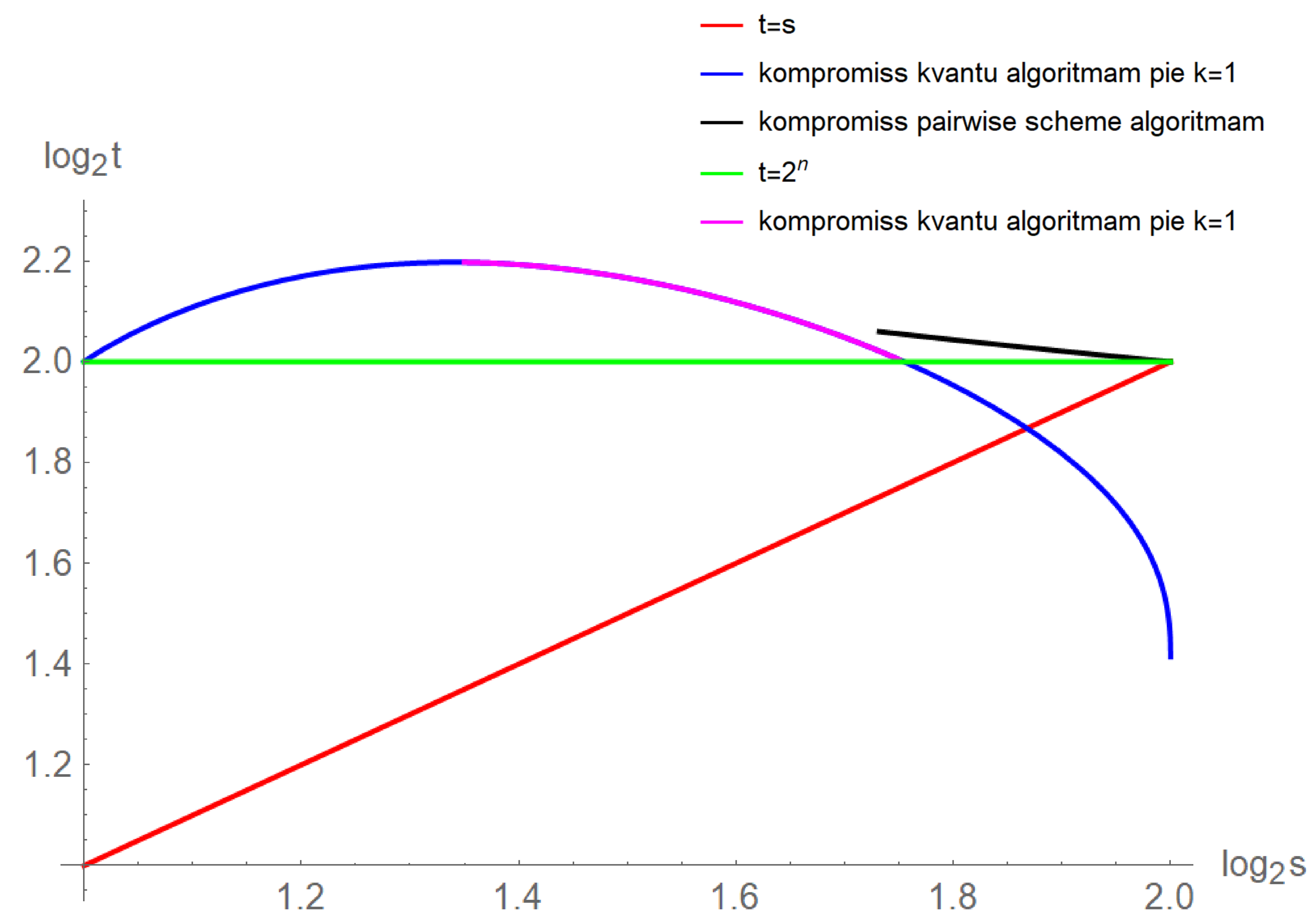
$$\begin{cases} s = H(\alpha_1) \\ 2c(2\alpha_k + 1) = 2 + H(2\alpha_k) \\ 2c(\alpha_{i+1} - 2\alpha_i + \alpha_{i-1}) = \alpha_i H\left(\dfrac{\alpha_{i-1}}{\alpha_i}\right) i \in [2; k] \end{cases}$$

Pairwise-scheme kvantu algoritms

Izmantojot Grovera meklēšanu iespējams *pairwise scheme* algoritmam uzlabot laika sarežģītību līdz $O^*\left(\left(\frac{3\sqrt{2}}{4}\right)^k 2^n\right)$.

Algoritma atmiņas sarežģītība nemainās.

Atmiņas-laika kompromisi



Turpmākais darbs

- apskatīt atmiņas-laika kompromisus, kas veidojas pie $k \ge 2$;
- apskatīt atmiņas laika kompromisus, vispārinot *pairwise scheme;*
- kā citādi mēģināt atrast netriviālu kvantu kompromisu.

Avoti

[1] A. Ambainis, K. Balodis, J. Iraids, M. Kokainis, K. Pr̄usis, and J. Vihrovs, "Quantum speedups for exponential-time dynamic programming algorithms," 2018.

[2] M. Koivisto and P. Parviainen, "A space-time tradeoff for permutation problems," inProceedings of the Twenty-First Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms,SODA '10, (USA), p. 484–492, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2010.