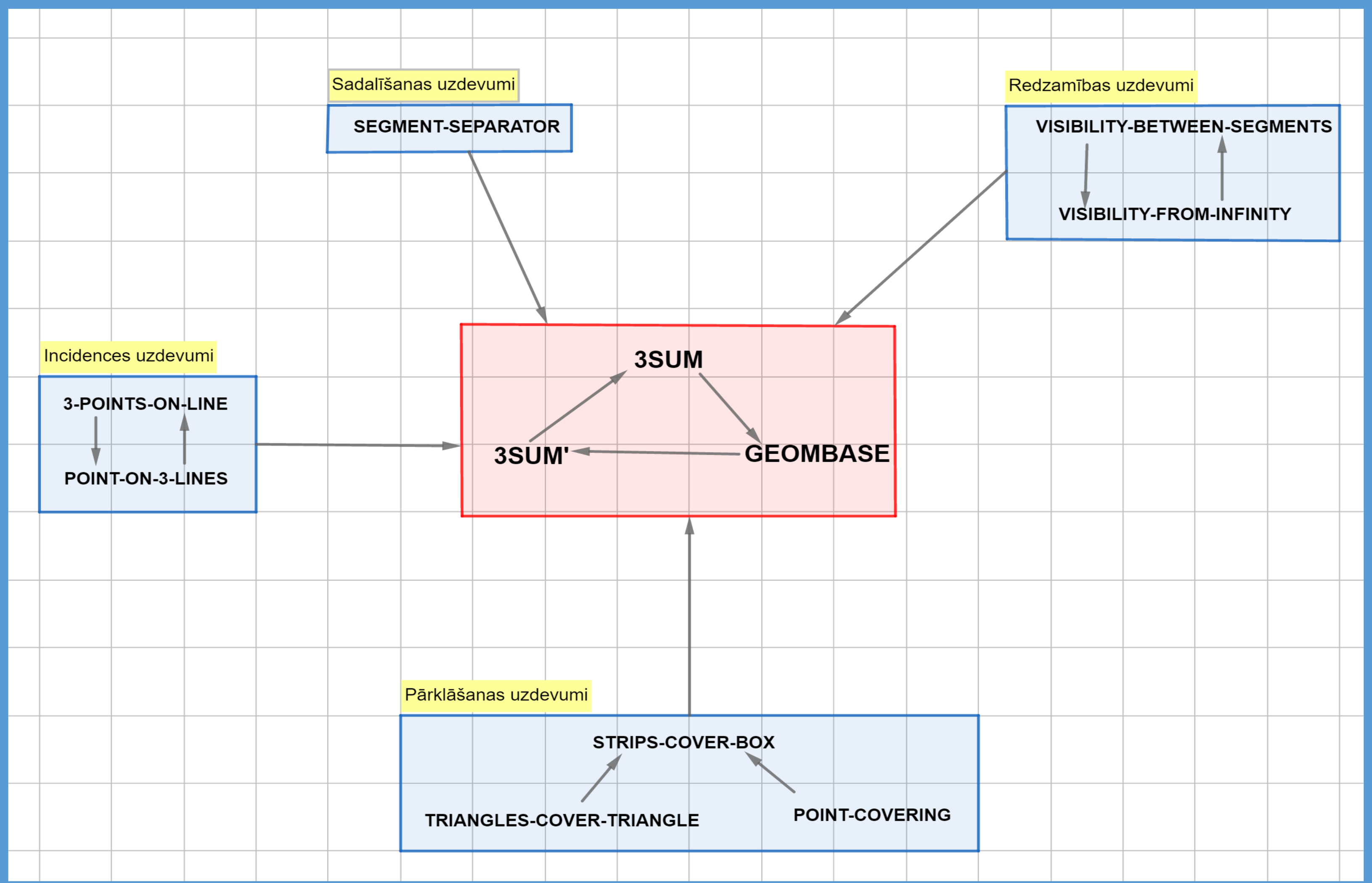
Kvantu algoritmi algoritmiskās ģeometrijas uzdevumiem

LATVIJAS UNIVERSITĀTE
ANNO 1919
UNIVERSITY OF LATVIA

Autors: **Nikita Larka**
Studenta apliecības Nr.: nl13005
Darba vadītājs: **prof. Dr. dat. Andris Ambainis**

Ievads

Viens no fundamentālajiem uzdevumiem algoritmiskajā ģeometrijā ir **3SUM** problēma. Problēmai ir sekojošs formulējums: ir dota kopa S ar n veseliem skaitļiem, ir jānoteic, vai eksistē tādi $a, b, c \in S$, ka $a + b + c = 0$. Nav grūti atrast algoritmu, kas šo problēmu atrisinātu ar sarežģītību $O(n^2)$. Algoritma ar kārtu $O(n^{2-\varepsilon})$ eksistence ir neatrisināmā problēma datorzinātne. Daudzi uzskata, ka algoritms ar kārtu $O(n^{2-\varepsilon})$ neeksistē, kas, ņemot vērā to, ka datorzinātne cenšas atrast ātrus algoritmus, ir pesimistiski. Tomēr tas ļauj izveidot jēdzienu **3SUM-HARD** klase. Uzdevums ***X*** pieder **3SUM-HARD** klasei, ja, atrisinot ***X*** laikā $O(n^{2-\delta})$, mēs varam atrisināt **3SUM** laikā $O(n^{2-\varepsilon})$. Savukārt tas nozīmē, ka, visticamāk, *X* nevar atrisināt ar sarežģītību $O(n^{2-\delta})$. Tajā pašā laikā, kvantu pasaulē ir zināms labākais iespējamais algoritms **3SUM** problēmai. Šis algoritms atrisina **3SUM** laikā $O(nlog(n))$.
Savā darbā autors apvieno divas svarīgas datorzinātnes nozares: kvantu skaitļošanu un algoritmisko ģeometriju ar mērķi izveidot kvantu algoritmus **3SUM-HARD** klases ģeometriskiem uzdevumiem.



Aplūkoti ģeometriskie uzdevumi

Incidences uzdevumi

- **POINT-ON-3-LINES**: Ir dota kopa ar n taisnēm plaknē. Vai eksistē tādas 3 taisnes, kas krustojas vienā punktā?
- ***3-POINT-ON-LINE***: Ir dota kopa ar n punktiem plaknē. Vai eksistē tādi 3 punkti, kas atrodas uz vienas taisnes?

Sadalīšanas uzdevumi

- **SEGMENT-SEPARATOR:** Plaknē ir dota kopa ar horizontālajiem nogriežņiem un stariem. Ir jānoteic vai dotajai kopai eksistē nehorizontāls sadalītājs.

Pārklāšanas uzdevumi

- **STRIPS-COVER-BOX:** Ir dota kopa ar n lentēm plaknē (lente ir plaknes apgabals starp divām paralēlajām taisnēm). Ir jānoteic, vai doto lenšu apvienojums pilnīgi pārklāj doto taisnstūri (tas ir, katram taisnstūra punktam eksistē lente, kas to satur).
- ***TRIANGLES-COVER-TRIANGLE:*** Ir dota kopa ar n trijstūriem plaknē un trijstūris α. Ir jānoteic, vai doto trijstūru apvienojums pilnīgi pārklāj trijstūri α.
- ***POINT-COVERING:*** Ir dotas n pusplaknes un skaitlis k. Ir jānoteic, vai eksistē punkts P, kuru pārklāj vismaz k pusplaknes.

Redzamības uzdevumi

- **VISIBILITY-BETWEEN-SEGMENTS**: Plaknē ir dota kopa S ar n horizontālajiem nogriežņiem un divi nogriežņi t_1 un t_2. Ir jānoteic, vai eksistē punkti $A \in t_1$ un $\mathrm{B} \in t_2$, tādi, ka nogrieznis AB nekrusto nevienu nogriezni no S kopas.
- **VISIBILITY-FROM-INFINITY**: Plaknē ir dota kopa S ar n horizontālajiem nogriežņiem un viens horizontālais nogrieznis t. Ir jānoteic, vai eksistē punkts $A \in t$ un stars, kas iziet no punkta A un nekrusto nevienu nogriezni no kopas S.

Rezultāti un plānotais darbs

Šajā darbā autors pētīja **3SUM** uzdevumu aplūkojot tā aspektus, kas ir saistīti ar klasisko skaitļošanu un kvantu skaitļošanu. Vislabākais zināms algoritms atrisina **3SUM** laikā $O(n^2/poly(\log(n)))$, bet vislabākais kvantu algoritms atrisina **3SUM** laikā $O(n \log n)$. Autors izpētīja arī **3SUM-HARD** uzdevumu klasi. Uzdevumus, kuri pieder **3SUM-HARD** klasei, nevar atrisināt ātrāk par $O(n^2)$ laiku, ja vien **3SUM** nevar atrisināt ātrāk par $O(n^2)$laiku. Autors centās atrast pēc iespējas ātrākus kvantu algoritmus **3SUM-HARD** klases uzdevumiem.

Autoram izdevās:
- Atrast kvantu algoritmu, kas atrisina incidences uzdevumus $O(n^{\frac{7}{6}})$ laikā.
- Atrast kvantu algoritmu, kas atrisina sadalīšanas uzdevumus $O(n^{\frac{3}{2}})$ laikā.
- Atrast kvantu algoritmu, kas atrisina pārklāšanas uzdevumus $O(n^{\frac{3}{2}})$ laikā.
- Atrast kvantu algoritmu, kas atrisina redzamības uzdevumus $O(n^{\frac{3}{2}})$ laikā.

Autors uzskata, ka atrastie algoritmi nav optimālie un ir iespējams atrast vēl ātrākus algoritmus šiem uzdevumiem. Turpmākajā darbā autors mēģinās atrast šos algoritmus.

Avoti

[1] A. Gajentaan, M.H. Overmars ‘’On a class of $O(n^2)$ problems in computational geometry’’
[2] A. Dubrovsky, O. Scegulnaja-Dubrovska ‘’Improved quantum lower bounds for 3-Sum problem’’
[3] A.Ambainis ‘’Quantum search algorithms’’
[4] L.K.Grover ‘’A fast quantum mechanical algorithm for database search’’